РГПУ им. А.И. Герцена

Тема «Модели нелинейного программирования»

Храмов С.А., 2ИВТ, 1 группа, 2 подгруппа

Задача 1

Найти локальный экстремум функции: Z = x3 + y3 + 3xy

Решение:

Находим частные производные:  
 (1)

Приравниваем частные производные 0:  
 (2)

Решаем систему уравнений (2):

Имеем две стационарные точки:

Найдем вторые частные производные(1):

Вычисляем значения вторых частных производных в каждой стационарной точке, составляем определитель Δ и применяем достаточные условия экстремума:  
В точке X1 = (0; 0): a11 = 0; a12 = 3; a21 = 3; a22 = 0.  
, Δ < 0

В точке X2 = (-1; -1): a11 = -6; a12 = 3; a21 = 3; a22 = -6.  
, Δ > 0; a11 <0

Ответ: в X2 (-1; -1), Zmax = 1

Задача 2

Найти локальный экстремум функции: Z = x3y2 (12 - x - y), x > 0, y > 0

Решение:

Находим частные производные:

Приравниваем частные производные 0:

Решаем систему уравнений (2):

Имеем пять стационарных точек:  
X1=(0;8);X2=(6;4);X3=(0;12);X4=(9;0);X5=(12;0)

Найдем вторые частные производные(1):

Вычисляем значения вторых частных производных в каждой стационарной точке, составляем определитель Δ и применяем достаточные условия экстремума:  
В точке X1 = (0; 8): a11 = 0; a12 = 0; a21 = 0; a22 = 0.  
Δ = 0

В точке X2 = (6; 4): a11 = -2304; a12 = -1728; a21 = -1728; a22 = -2592.  
Δ = 2985984

В точке X3 = (0; 12): a11 = 0; a12 = 0; a21 = 0; a22 = 0.  
Δ = 0

В точке X4 = (9; 0): a11 = 0; a12 = 0; a21 = 4374; a22 = 0.  
Δ = 0

В точке X5 = (12; 0): a11 = 0; a12 = 0; a21 = 0; a22 = 0.  
Δ = 0

Ответ: X2 = (6;4), Zmax = 6912

Задача 3

Найти локальный экстремум функции: Z = x2 + xy + y2 + x – y + 1

Решение:

Находим частные производные:

Решаем систему уравнений:

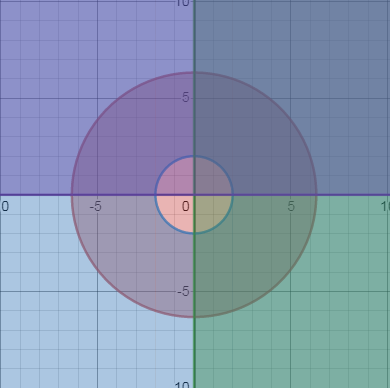
Имеем стационарную точку:  
X1 = (-1;1)

Найдем вторые частные производные:

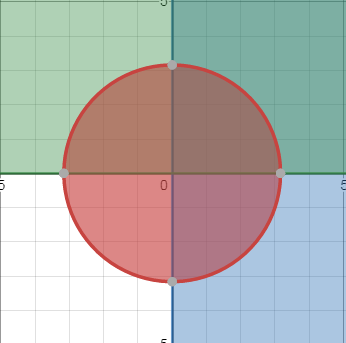
Вычисляем значения вторых частных производных в стационарной точке, составляем определитель Δ и применяем достаточные условия экстремума:  
В точке X1 = (-1;1): a11 = 2; a12 = 1; a21 = 1; a22 = 2;  
Δ=0

Ответ: X1 = (-1;1), Zmax = 0

Задача 4

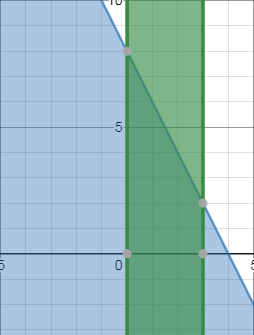
Найти глобальный экстремум функции Z в области решений системы неравенств. Дать геометрическое решение:  
Z = 3x1 + х2  
  
При С=0, 3x1+x2=0  
При увеличении С прямая сдвигается вверх. Линии уровня покидают ОДР, проходя через точку x\*, лежащую на окружности 𝑥12+𝑥22=40 или в ОДР.

Задача 5

Найти глобальный экстремум функции Z в области решений системы неравенств. Дать геометрическое решение  
Z = x12 + 2x2 – 3  
http://matmetod-popova.narod.ru/theme210/example_2_10_29.GIF  
  
При С=0, x12+2x2−3=0  
При уменьшении С график параболы сдвигается вверх. Линии уровня покидают ОДР, проходя через точку x∗, лежащую на окружности x12+x22≤10 или в ОДР.

Задача 6

Найти глобальный экстремум функции Z в области решений системы неравенств. Дать геометрическое решение:  
Z = x1x2  
http://matmetod-popova.narod.ru/theme210/example_2_10_30.GIF

  
При С=0, x1x2=0   
При увеличении С прямая сдвигается вверх. Линии уровня покидают ОДР, проходя через точку x∗, лежащую на прямой 2x1+x2=8 или в ОДР.

Задача 7

Найти условный экстремум с помощью метода Лагранжа:  
Z = x1x2, при x12 + x22 = 2

Задача 8

Z = x1 + x2, при http://matmetod-popova.narod.ru/theme210/example_2_10_31.GIF

Задача 9  
Z = x13 + x23, при x1 + x2 = 2, x1 ≥ 0, x2 ≥ 0